ESCP-EAP Working Paper

Nr. 5

Dezember 2003

Anmerkungen zur Dimensionsanalyse im betrieblichen Rechnungswesen

Rolf Brühl

ESCP-EAP

OXFORD PARIS MADRID BERLIN

European School of Management

Autor:
Prof. Dr. Rolf Brühl
Lehrstuhl Unternehmensplanung und Controlling
Europäische Wirtschaftshochschule Berlin
Heubnerweg 6
14059 Berlin
Deutschland
T: ++49(0)30 / 32007 150
F: ++49(0)30 / 32007 107
rbrühl@escp-eap.net

Herausgeber:
ESCP-EAP
Europäische Wirtschaftshochschule Berlin
Heubnerweg 6
14059 Berlin
Deutschland
T: ++49(0)30 / 32007 147
F: ++49(0)30 / 32007 108
workingpaper-berlin@escp-eap.net
www.escp-eap.de

ISSN 1619-7658

Zusammenfassung:

Mithilfe der Dimensionsanalyse lässt sich die formale Richtigkeit von Gleichungen, in denen ökonomische Größen enthalten sind, überprüfen. In diesem Papier wird an einigen Beispielen aus dem betrieblichen Rechnungswesen gezeigt, welche Dimensionen für Bestandsgrößen und Stromgrößen verwendet werden. Für unperiodisierte Stromgrößen wird vorgeschlagen, die Dimension Geld zu verwenden, also die gleiche Dimension wie für Bestandsgrößen. Werden Abschreibungen gebildet, entstehen periodisierte Größen, die die Dimension Geld je Zeiteinheit haben. Periodisierte und unperiodisierte Zahlungen haben daher verschiedene Dimensionen und können nur mit einer Hilfsvariablen, die das Dimensionsproblem löst, rechnerisch verknüpft werden. Dieses Problem wird an der Berechnung des Barwerts und der Zinsen weiter erläutert.

Schlüsselwörter: Bestandsgröße, Dimension, Dimensionsanalyse, Einheiten, ökonomische Größe, Stromgröße.

Abstract:

With the help of the dimensional analysis mathematical formulations of economic quantities can be verified. This working paper shows the usage of dimensions in accounting especially for money stocks and money flows. In case of money flows I propose to make use of the dimension money, which is the same as of money stocks. If depreciation is computed the amount of money is devided into different time units. The amount of depreciation each year has got the dimension money per time unit. To maintain the consistency between different dimensions an auxiliary variable has to be taken. The computation of the present value and interest explains the problem.

Keywords: dimension, dimensional analysis, economic quantity, flow quantity, stock quantity, unity.

Inhaltsverzeichnis

1. Ökonomische Größen und Dimensionen

In jeder Wissenschaft, in der gerechnet wird, muß die Frage geklärt werden, was eigentlich berechnet wird. Da im betrieblichen Rechnungswesen das Geschehen im Unternehmen abgebildet wird, ist z. B. zu erläutern, wie die Abbildung erfolgen soll und welchen Anforderungen sie genügen muss. Eine Besonderheit im Rechnungswesen ist es, dass die Abbildung in Geld erfolgt.[1] Daher gibt es eine Reihe von Beiträgen zu den Fragen, wie im betrieblichen Rechnungswesen gemessen, bewertet und zugerechnet werden soll. Um diese Probleme soll es im folgenden Arbeitspapier jedoch nur am Rande gehen, denn ich möchte auf den ersten Schritt aufmerksam machen, der darin besteht, dass eine Gleichung für eine ökonomische Größe aufgestellt wird. Solche Gleichungen können als eine Art Rechenregel aufgefasst werden, die vom Anwender benutzt wird, um ökonomische Probleme zu formulieren.

In jeder ökonomischen Gleichung taucht das Problem auf, welche Dimensionen für die in den Gleichungen stehenden Größen verwendet werden. Dimensionen betreffen die Frage, mit welchen Einheiten die betrachtete Größe gemessen wird.[2] Wie sieht die Gleichung für eine ökonomische Größe aus? In allgemeiner Form lautet sie:[3]

$$\boxed{\text{Ökonomische Größe} = \text{Maßzahl} \cdot \text{Einheit}}$$

Größen sind keine konkreten Gegenstände, sondern Eigenschaften von Gegenständen.[4] Wenn die Größen des Rechnungswesens betrachtet werden, stellen Sie die ökonomische Eigenschaft des abgebildeten Gegenstandes (oder Vorgangs) dar. Die Maßzahl ist eine abstrakte Zahl, die erst durch die Angabe einer Einheit konkrete Aussagen über die ökonomische Eigenschaft eines Gegenstandes Auskunft gibt.

Ökonomische Größen beschreiben Eigenschaften, die wirtschaftliche Aspekte betreffen. So ist eine ökonomische Größe die Liquidität, die die Eigenschaft beschreibt, dass eine Person oder ein Unternehmen jederzeit ihren Zahlungsverpflichtungen nachkommen kann. Eine weitere ökonomische Größe ist der Erfolg, den es in vielen verschiedenen Varianten gibt, z. B. den Erfolg eines Projektes oder den eines Unternehmen für eine Periode. Diese bekannten ökonomischen Größen sind jedoch bereits aus anderen ursprünglichen ökonomischen Größen (Grundgrößen) abgeleitet. So errechnet sich die Liquidität beispielsweise mithilfe des Zahlungssaldos, der sich aus den ökonomischen Größen Einzahlung und Auszahlung zusammensetzt.

> Eine ursprüngliche Größe oder Grundgröße in der Physik ist die Länge l, die sich nicht durch andere Größen erklären lässt, wie beispielsweise die Geschwindigkeit, die durch die Länge l und die Zeit t berechnet wird. Auch die Zeit ist somit eine Grundgröße.[5] Welche Anforderungen werden an Grundgrößen gestellt?

---

1) Vgl. Schweitzer (1981), Sp. 102, Brühl (2004), S. 29.
2) Vgl. Jong (1967), S. 1, Okishio (1993), S. 11.
3) Vgl. Landolt (1943), S. 12; Kloidt (1964), S. 291.
4) Vgl. Wallot (1953), S. 1.
5) JONG nennt die Grundgrößen und abgeleiteten Größen primary und secondary dimensions, vgl. Jong (1967), S. 12.

Nach WALLOT sollte die Grundgröße so beschaffen sein, dass die Eigenschaft, um die es geht, erkennbar ist:[6)]

- die Größen müssen quantitativ vergleichbar sein bzw. sie müssen addierbar und subtrahierbar sein.

Gibt es solche Grundgrößen auch in der Ökonomie bzw. im betrieblichen Rechnungswesen?

Als Grundgrößen kommen Zahlungen bzw. Zahlungsmittelbestände in Frage:[7)] Da sie Geldbewegungen bzw. Geldbestände - in Form von Bar- und Buchgeld - darstellen, sind sie zähl- und addierbar.[8)]

> Eine Auszahlung mit der Einheit Euro [€] lässt sich mit jeder anderen Auszahlung addieren. Gemeinsam ist den Grundgrößen im Rechnungswesen wie Ein- und Auszahlungen ihre Dimension Geld, die je nach Land in unterschiedlichen Währungseinheiten ausgedrückt werden.

Im Rechnungswesen ist somit die wichtigste Einheit die Währungseinheit, die im Euroraum in verschiedener Weise angegeben wird:

- 1 Cent als kleinste Einheit des Euro oder wie allgemein üblich mit der Einheit 1 Euro; jedoch ist auch jedes Vielfaches möglich und üblich (Mio. Euro bei großen Beträgen).
- Wichtig ist bei Einheiten, dass die Festlegung untereinander austauschbar ist, Grundeinheit bleibt allerdings der 1 Cent:
  - 1 Euro = 100 Cent oder 1 Cent = 0,01 Euro

  Mit dem Wechsel zu einer anderen Einheit verändern sich daher auch die jeweiligen Maßzahlen der ökonomischen Größe.

Die letzte Eigenschaft lässt sich auch zur Definition verwenden: „Eine Dimension ist eine Klasse additiver Größen.“[9)] Innerhalb einer Klasse können alle Größen addiert werden, wie in dem Euro-Beispiel. Da die ökonomische Theorie jedoch in verschiedenen Ländern gelten soll, ist auch jede andere Währung möglich. Wenn die Wechselkurse bekannt sind, dann kann umgerechnet werden, sodass es sich auch um additive Größen handelt. Die wichtigste Dimension in der Ökonomie ist daher Geld. So ist z. B. eine Bilanzsumme A Element dieser Dimension:

$$A \in [GE] \tag{1}$$

Wenn in einer ökonomischen Gleichung neben einer Maßzahl mit der Dimension Geld noch eine weitere Maßzahl mit einer Einheit „Tonne Stahl" steht, so muß letztere umgewandelt werden in Geldeinheiten, z. B. durch Multiplikation mit dem Stahlpreis je Tonne. Die Größe sei B und die Einheit TS (für Tonne Stahl), daher

$$B \in [TS] \tag{2}$$

---

6) Vgl. Wallot (1953), S. 2.

7) JONG legt als eine Grundgröße den Geldbestand fest, vgl. Jong (1967), S. 12.
In der Betriebswirtschaft gibt es eine lange Tradition das Rechnungswesen als Geldrechnung zu betrachten, von manchen Vertretern wird es ausschließlich als Geldrechnung interpretiert, z. B. Rieger (1928), S. 179-183.

8) Vgl. Weber (1981), Sp. 94.

9) Jong (1967), S. 7 (Übersetzung aus dem Englischen).

Soll der Aufwand berechnet werden, dann ist die Gleichung

$$\text{Aufwand} = 1000\,[\text{GE}] + 250\,[\text{TS}] \tag{3}$$

nicht berechenbar, da Zahlen mit unterschiedlicher Dimension nicht addiert werden dürfen. Es lassen sich unterschiedliche Dimensionen durch ihre Bewertung mit Geld gleichnamig machen, z. B. durch den Preis der Tonne Stahl von 10 [GE/TS], sie sind dann addierbar:

$$\text{Aufwand} = 1000\,[\text{GE}] + 250\,[\text{TS}] \cdot 10\left[\frac{\text{GE}}{\text{TS}}\right] = 1000\,[\text{GE}] + 2500\,[\text{GE}] = 3500\,[\text{GE}] \tag{4}$$

Der Maßzahl folgt immer die zugehörige Einheit,[10)]

- Maßzahlen mit gleicher Einheit können addiert und subtrahiert werden, dabei bleibt die Einheit gleich; das ist die Eigenschaft der jeweiligen Klasse.
- Maßzahlen mit unterschiedlichen Einheiten dürfen weder addiert noch subtrahiert werden, sie müssen wie im Beispiel erst in eine gemeinsame Einheit überführt werden. Im Rechnungswesen ist die gemeinsame Dimension in der Regel Geld - ausgedrückt durch die jeweilige Währungseinheit.
- Werden Maßzahlen multipliziert (dividiert), so gilt das auch für die Einheiten, dadurch konnte in der Gleichung (4) die Einheit [TS] gekürzt werden.

Bei der Division von ökonomischen Größen, welche die Einheit Geld haben, tritt der Fall ein, dass sich die Einheiten herauskürzen, wie beispielsweise bei einer Kennzahl zu den Materialkosten:

$$\text{Materialkosten} = 10\,[\text{GE}] \text{ und } \text{Gesamtkosten} = 100\,[\text{GE}]$$

ergeben die Kennzahl

$$\text{Materialkostenanteil} = \frac{10}{100}\left[\frac{\text{GE}}{\text{GE}}\right] = 0{,}1\,[1] \text{ oder als Prozentsatz: 10 \%.}$$

Der Materialkostenanteil ist damit eine dimensionslose Größe, hier angezeigt durch [1], ähnliches gilt für andere relative Kennzahlen, bei denen im Zähler und im Nenner die gleichen Einheiten stehen.

Wie eine ökonomische Größe beschaffen sein soll, ist ausschließlich eine Frage der ökonomischen Theorie und kann durch keine Dimensionsgleichung erklärt werden.[11)] Allerdings ist offensichtlich, daß ökonomische Größen mit Dimensionen versehen sein müssen, und dass nur bei Divisionen dimensionsgleicher Größen die dimensionslosen Größen entstehen.

> Als erste ökonomische Dimension wurde Geld (im Folgenden ausgedrückt durch [GE]) eingeführt, im Rechnungswesen gibt es jedoch je nach Branche eine Vielzahl physikalischer Dimensionen wie kg oder m^2, die als Mengen z. B. bei der Berechnung von Kosten auftreten.

---

10) Vgl. zu den Rechenregeln Kalmbach (2001), S. 289 f., Bhargava (1993), S. 34 f.
11) Vgl. Jong (1967), S. 4.

Eine weitere wichtige Dimension ist die Zeit (im Folgenden ausgedrückt durch [ZE]), die in der Ökonomie als ein wichtiger Handlungsparameter betrachtet wird.[12] Auch bei der Zeit handelt es sich um eine Klasse, in der die Größen addierbar und subtrahierbar sind:

- als Einheit kann jede Zeiteinheit gewählt werden, z. B. von Sekunde (s) bis Jahr (a). Im Rechnungswesen werden insbesondere der Tag, der Monat und das Jahr eingesetzt.

Welche Bedeutung hat die Zeit im Rechnungswesen? Sie spielt in vielen Rechnungen eine Rolle und taucht daher als Dimension auf, besonders jedoch

- beim Unterschied von **Bestandsgrößen** und **Stromgrößen**,
- bei der **Zinsberechnung** und damit
- beim **Barwertverfahren**.

Da die Unterscheidung von Bestandsgrößen und Stromgrößen im Rechnungswesen von grundlegender Bedeutung ist, soll sie zuerst behandelt werden.

2. Bestandsgrößen und Stromgrößen

Im betrieblichen und volkswirtschaftlichen Rechnungswesen werden alle Rechnungswesengrößen in zwei Gruppen eingeteilt.[13]

1. **Bestandsgrößen**: Sie werden zu einem Zeitpunkt ermittelt. So wird z. B. jährlich in Unternehmen, die dazu gesetzlich verpflichtet sind, zu einem Stichtag eine Bilanz aufgestellt. Die Bilanz ist eine Bestandsrechnung.
2. **Stromgrößen**: Sie entstehen in einem Zeitraum und verändern Bestandsgrößen. Die zur Bilanz zugehörige Stromgrößenrechnung ist die Gewinn-und-Verlust-Rechnung, ihre Stromgrößen sind Erträge und Aufwendungen. Weitere ökonomische Größen des Rechnungswesens gehören zu den Stromgrößen des Rechnungswesens, z. B.:
   - in der Finanzrechnung: Ein- und Auszahlungen;
   - in der Kosten- und Erfolgsrechnung: Erlöse und Kosten.

Wie sehen nun die Dimensionen für die Bestandsgrößen und Stromgrößen aus? Es ist allgemein üblich, beide Größen mit verschiedenen Dimensionen zu versehen:

- Bestandsgrößen mit der Dimension [GE], Geldeinheiten zu einem Zeitpunkt;
- Stromgrößen mit der Dimension [GE/ZE], Geldeinheiten in einem Zeitraum.

So schreibt z. B. KILGER: „Die Komponenten dieser Ströme werden als Strömungsgrößen bezeichnet. Ihnen entspricht die Dimension DM/Zeiteinheit oder Mengeneinheit/Zeiteinheit.“[14] Wie oben angesprochen, verändern Stromgrößen Bestandsgrößen und sind von daher mit ihnen rechnerisch verknüpft. Aus diesem Grund ist es aus Sicht der

12) Vgl. Kern (1993), Zwicker (1989).
13) Vgl. Chmielewicz (1973), S. 26 f., Stobbe (1976), S. 39 f.
14) Kilger (1987), S. 7. Diese Angabe der Dimension von Stromgrößen findet sich auch in Kilger (1993) und Hieke (1998).

Dimensionsanalyse äußerst unbequem, Strom- und Bestandsgrößen mit unterschiedlicher Dimension zu versehen. Dies lässt sich an der allgemeinen Gleichung von Bestandsgrößen und Stromgrößen zeigen:

$$\text{Endbestand [GE]} = \text{Anfangsbestand [GE]} + \text{Zugänge [GE/ZE]} - \text{Abgänge [GE/ZE]} \tag{5}$$

Offensichtlich sind in der Gleichung unterschiedliche Dimensionen enthalten, die nach den Rechenregeln für Dimensionen nicht addiert werden können.

> KALMBACH hat jüngst in einem Aufsatz dieses Problem aufgezeigt und mit der Einführung einer Hilfsvariablen das eigentlich gewollte Ergebnis gerettet.[15] Im Folgenden wird vorgeschlagen, die Dimension für Stromgrößen zu überdenken.

Ein Zweck der Dimensionsanalyse ist es, eventuelle Fehler in Gleichungen aufzufinden, um z. B. zu erkennen, ob die Dimension der zu berechnenden Größe richtig abgeleitet wurde.[16] Geht man von den unterschiedlichen Dimensionen für Bestands- und Stromgrößen aus, kommt man zu dem Ergebnis, dass die Gleichung (5) aus Sicht der Dimensionsanalyse nicht richtig ist. Dies würde bedeuten, dass Kaufleute seit hunderten von Jahren dimensionsverschiedene Größen addieren - also Äpfel und Birnen - und es stellt sich die Frage, ob das praktische Handeln der Kaufleute aufgrund dieses Irrtums falsche Rechnungen erzeugte. Das Problem lässt sich am besten mithilfe eines Kontos klären, z. B. eines Kassekontos mit Ein- und Auszahlung während einer Periode.

Kassekonto

Anfangsbestand (28.2.)	200,-		
Einzahlung (3.3.)	100,-	Auszahlung (5.3.)	200,-
Einzahlung (15.3.)	200,-	Auszahlung (18.3.)	50,-
		Endbestand (31.3)	250,-
	500,-		500,-

Wenn man sich das Konto anschaut, fragt man sich, wo sind die unterschiedlichen Dimensionen? Warum sollte die Einzahlung von 100 Euro am 3.3. die Dimension [GE/ZE] haben? Aus der kaufmännischen Buchführungspraxis lässt sich natürlich nicht ableiten, ob es sich bei den Zahlungen im Kassekonto um dimensionsverschiedene Zahlungen handelt. Es stellt sich daher die Frage, ob in diesem Konto überhaupt Maßzahlen mit unterschiedlichen Einheiten stehen?

> Eine mögliche Lösung des Problems ist es, für Stromgrößen die gleiche Dimension festzulegen, wie für Bestandsgrößen. Denn streng genommen ist die Dimension Geld je Zeiteinheit nur für kontinuierliche Zahlungsströme möglich (hierzu mehr im Exkurs: kontinuierliche Zahlungsströme).

15) Vgl. Kalmbach (2001), S. 291 f .

16) Beispiele für Dimensionsanalysen aus verschiedenen ökonomischen Disziplinen finden sich in Jong (1967), für den Finanzbereich Johnson (1972) und für die Einkommensverteilung in einer Volkswirtschaft Cohen (1998).

> Eine andere Lösung fasst die Dimension Geld je Zeiteinheit als Zahlungen innerhalb eines Zeitraums auf. Allerdings müsste in dieser Lösung die Notation der Dimension geändert werden: z. B. in [GE im Monat].
> Die Dimension Geld in der Zeiteinheit Monat ist dann keine Berechnung, sondern soll anzeigen, dass alle Zahlungen in der Zeiteinheit Monat anfallen.

Im Kassekonto steht hinter jeder Position ein Tag, nämlich der Tag, an dem diese Position im Rechnungswesen aufgezeichnet wurde. Betrachtet man die einzelnen Beträge im Kassekonto, so fällt auf, dass die Aufzeichnungen dieser Positionen sich nicht unterscheiden. Es werden jeweils an den Tagen die Zahlungen aufgeführt, eine Zahlung pro Zeitraum gibt es nicht. Mit Zeitraumgröße ist offensichtlich etwas vollständig anderes gemeint,

- sie ist eine verkürzende Schreibweise für die Zahlungen innerhalb eines Zeitraums. Eine Einzahlung eines Kunden, der eine Rechnung am 15.3. bar bezahlt, hat nicht die Dimension [GE/ZE], es ist nur eine Einzahlung an einem Tag in der Dimension [GE].

Keine Größe im obigen Konto wird durch die Zeit geteilt und auch die Summe wird nicht durch die Zeit geteilt. Die Rechnung mit den Dimensionen ist dann völlig problemlos, wenn es keine verschiedenen Dimensionen zwischen Bestands- und Stromgrößen gibt:

31.3.		28.2.		3.3.		15.3.		18.3.		18.3.
250 [GE]	=	200 [GE]	+	100 [GE]	+	200 [GE]	-	200 [GE]	-	50 [GE]

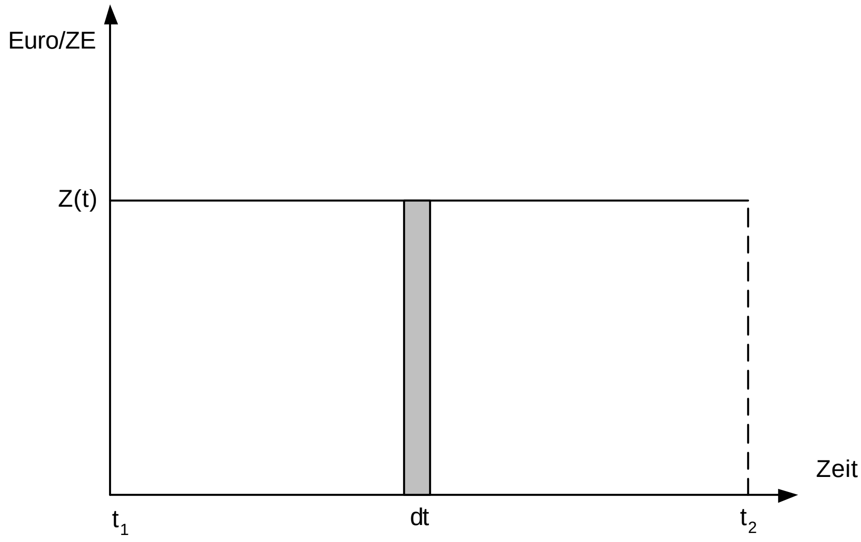
Die bisherigen Betrachtungen beziehen sich auf diskrete Zahlungen, die zu bestimmten Zeitpunkten anfallen. Für diskrete (unperiodisierte) Zahlungen ergibt sich, dass sie die Dimension Geld haben.

Exkurs: kontinuierliche Zahlungsströme

Eine Dimension in der Form Geld je Zeiteinheit ist streng genommen nur für kontinuierliche Vorgänge anwendbar. Sie zeigt die Geschwindigkeit bzw. Breite des Zahlungsstroms an, gemessen in [GE/ZE].[17)] Dies soll durch die Darstellung auf der nächsten Seite verdeutlicht werden.

In ihr ist ein konstanter kontinuierlicher Zahlungsstrom $Z(t)$ angenommen, der während einer Zeitperiode von t_1 bis t_2 fließt. Der Wert der Zahlungsgröße $Z(t)$ im Zeitpunkt t gibt die Geschwindigkeit bzw. Breite des Zahlungsstroms in einem bestimmten Zeitpunkt an. Um die Summe in einem Zeitintervall näherungsweise zu ermitteln, muss die Zahlungsgeschwindigkeit mit der Zeitdauer dt multipliziert werden.[18)]

17) Vgl. Schneider (1968), S. 2, Tietze (1996), S. 8-29.
18) Vgl. Tietze (1996), S. 8-29.



$$Z = Z(t) \cdot dt = \frac{600}{1}\left[\frac{\text{Euro}}{\text{Tag}}\right] \cdot 1\,[\text{Tag}] \tag{6}$$

Wie sich aus der Formel erkennen lässt, ist die Dimension der Summe der Zahlungen Geld [Euro]. Daran ändert sich auch nichts, wenn z. B. als Zeitintervall ein Monat (t_1 bis t_2) angenommen wird. In diesem Fall ist die Summe der Zahlungen 18.000 Euro.[19)]

Wird ein solches kontinuierliches Modell in ein diskretes Modell umgewandelt, dann wird angenommen, dass während der Zeitperiode t_1 bis t_2 keine Zahlungen fließen und die gesamte Summe am Ende der Periode im Zeitpunkt t_2 anfällt. Auch dann ist die Dimension der Zahlung Geld [Euro].

Periodisierung von Zahlungen

Die Dimension [GE/ZE] tritt immer dann auf, wenn im Rechnungswesen periodisiert wird, d. h., wenn ein Geldbetrag auf mehrere Zeitperioden aufgeteilt wird. Zweifelsohne die bedeutendste Form ist die Abschreibung, bei der die Anschaffungsauszahlung auf die Nutzungsdauer des Potenzialfaktors verteilt wird. Auch die Abschreibung ist eine Stromgröße, allerdings wird bei ihr tatsächlich eine Rechenoperation vorgenommen. Bei einem Anlagegut, dass für 1.000 [Euro] angeschafft wurde und über 2 Jahre abgeschrieben werden soll, ergibt sich:[20)]

$$\frac{1.000}{2}\,\frac{[\text{Euro}]}{[\text{Jahr}]} = 500\left[\frac{\text{Euro}}{\text{Jahr}}\right] \tag{7}$$

Welche Folgen hat das für das Rechnungswesen? Die Periodisierung führt zu einer Dimension Geldeinheit je Zeiteinheit, und dadurch wird kenntlich, dass es sich um einen rechnerischen Betrag handelt, dem kein realer Zahlungsvorgang entspricht. Alle Geldvorgänge haben, wie oben gezeigt, die Dimension Geld. Die Konsequenz ist deswegen

---

19) Für eine entsprechende Anwendung der Integralrechnung vgl. Tietze (1996), S. 8-29. Da der Integrand die Dimension Euro hat, ändert auch die Integration an dieser Dimension nichts, vgl. Okishio (1993), S. 14.

20) Vgl. am Beispiel der linearen Abschreibung Däumler/Grabe (1996), S.164.

unangenehm, weil Beträge unterschiedlicher Dimension nicht subtrahiert werden können. Man erkennt sofort, dass der Buchwert, der jedes Jahr als Wert in einer Bilanz steht, ein berechneter Wert ist, dem kein realer Bestand gegenübersteht. Ende des 1. Jahrs ergibt sich:

$$1.000\,[\mathrm{GE}] - 500\,[\mathrm{GE}/\mathrm{ZE}] = 500\,[\mathrm{GE}] \tag{8}$$

Eine solche Subtraktion ist nach den Rechenregeln von Dimensionen nicht möglich. Es lässt sich nur mit einem Hilfsmittel arbeiten, um die Dimensionen in Übereinstimmung zu bringen. Dazu wird eine Größe eingeführt mit der Maßzahl 1 und der Dimension Zeit [ZE]:21)

$$1.000\,[\mathrm{GE}] - 500\,[\mathrm{GE}/\mathrm{ZE}] \cdot 1\,[\mathrm{ZE}] = 500\,[\mathrm{GE}] \tag{9}$$

Dadurch kürzt sich die ZE heraus und die Dimensionen aller Größen sind gleich und können addiert werden.

Es zeigt sich, dass aus Sicht einer Dimensionsanalyse die Addition bzw. Subtraktion von periodisierten und unperiodisierten Größen nicht ohne das eben angewandte Hilfsmittel möglich ist.22)

3. Dimension von Zinsen und Zinssatz

Bei der Berechnung von Zinsen für Kapital, das für einen Zeitraum angelegt werden soll, entsteht ein ähnliches Problem wie im vorigen Abschnitt bereits behandelt: Es sind unterschiedliche Dimensionen in der Gleichung enthalten. Kapitalbeträge in der Dimension Geld [GE] und der Zins in der Dimension [1/ZE].23)

$$K_1\,[\mathrm{GE}] = (1+i)\left[\frac{1}{\mathrm{ZE}}\right] \cdot K_0\,[\mathrm{GE}] \tag{10}$$

K_t Kapital zum Zeitpunkt t

Der Zinssatz i wird zusätzlich meist in Prozent ausgedrückt. Er berechnet sich aus den Zinsen (Stromgröße) und einem Kapitaleinsatz (Bestandsgröße), nach herkömmlicher Schreibweise:24)

$$i\,\left[\frac{1}{\mathrm{ZE}}\right] = \frac{z_{\mathrm{Zins}}\left[\frac{\mathrm{GE}}{\mathrm{ZE}}\right]}{K_0\,[\mathrm{GE}]}. \tag{11}$$

z_{Zins} Zinszahlungen

Was bedeuten konkret die Zeiteinheiten in der Gleichung? Wie im vorigen Abschnitt soll der Vorschlag verwendet werden, unperiodisierte Stromgrößen im Rechnungswesen mit der Dimension Geld [GE] zu versehen. Es ist daher sinnvoll, sich den Zeitablauf

21) Vgl. Kalmbach (2001), S. 292, Okishio (1993), S. 12.

22) Einen Verzicht auf die Periodisierung von Auszahlungen verlangt Riebel (1990), S. 38 f., 92, da er die Periodisierung von Anschaffungsauszahlungen für eine willkürliche Verteilung hält.

23) Vgl. Jong (1967), S. 15.

24) Vgl. Kalmbach (2001), S. 292.

und die Wirkungen in der Zeit klar zu machen. Am Anfang des Jahres, am 1.1., wird ein Kapital von 1.000,- [GE] zur Verfügung gestellt, am Ende des Jahres werden zum 31.12. Zinsen in Höhe von 150,- [GE] ausgezahlt. Daraus berechnet sich ein Zinssatz von

$$15\% \, [1] = \frac{150}{1.000} \left[\frac{GE}{GE} \right] \tag{12}$$

Wenn die unperiodisierten Zahlungen mit der Dimension Geld angesetzt werden, ergibt sich für den Zinssatz die gewünschte, dimensionslose Größe.

Die vorgestellten Beispiele lassen sich mühelos durch weitere Kombinationen von Bestands- und Stromgrößen erweitern. Wenn auch für unperiodisierte Stromgrößen die Dimension Geld angenommen wird, dann ergeben sich bei der Bildung von Kennzahlen keine Schwierigkeiten mit den unterschiedlichen Dimensionen. Sämtliche Kombinationen von Stromgrößen und Bestandsgrößen mit der jeweiligen Dimension Geld ergeben dimensionslose Größen, wie z. B.[25)]

$$\frac{\text{Stromgröße}}{\text{Bestandsgröße}} = \frac{\text{Erfolg}}{\text{Eigenkapital}} \, \frac{[GE]}{[GE]} = \text{Eigenkapitalrentabilität} \; [1] \tag{13}$$

$$\frac{\text{Bestandsgröße}}{\text{Stromgröße}} = \frac{\text{Vorräte}}{\text{Umsatzerlöse}} \, \frac{[GE]}{[GE]} = \text{Vorräte} - \text{Bindung} \; [1] \tag{14}$$

4. Die Betrachtung der Zeit im Rechnungswesen

Im dritten Abschnitt wird vorgeschlagen, für unperiodisierte Strom- und Bestandsgrößen von Zahlungen und Zahlungsmittelmengen die gleiche Dimension zu verwenden. Dies soll in diesem Abschnitt weiter erläutert werden.

Zahlungen und Zahlungsmittel stellen die Grundgrößen des Rechnungswesens dar, aus denen sich die anderen Größen des Rechnungswesens ableiten lassen. Sie sollten daher in der gleichen Dimension gemessen werden. Allerdings spielt die Zeit bei der Betrachtung der Dimension Geld eine große Rolle, denn Geldeinheiten zu verschiedenen Zeitpunkten lassen sich nicht einfach addieren. Meist werden Zahlungen innerhalb eines Zeitraums behandelt, als ob sie zu einem Zeitpunkt angefallen sind: Bei einer nachschüssigen Rechnung ist dies beispielsweise der letzte Tag des Zeitraums.

> In der Investitionsrechnung wird der Barwert einer Investition berechnet, indem die Zahlungen, die in einem Jahr anfallen, an das Ende des Jahres gelegt werden und dann auf den Entscheidungszeitpunkt abgezinst werden. Es wird davon ausgegangen, dass die Geldeinheiten verschiedener Zeitpunkte nicht die gleiche Dimension haben. Denn sonst könnten sie ja addiert werden.

Da es sich - nach dem Vorschlag des dritten Abschnitts - beim Zinssatz um eine dimensionslose Größe handelt, die meist in Prozent ausgedrückt wird, verändert die Barwertberechnung die im Prinzip unterschiedlichen Dimensionen der Zeitwerte des Geldes nicht. Mathematisch ist die Abzinsung eine Gewichtung der unterschiedlichen Beträge,

25) Vgl. zu den Kennzahlen Coenenberg (2003), S. 950, 1042.

wobei die Gewichte im Zeitablauf sinken, da die später anfallenden Zahlungen als nicht so bedeutend angesehen werden wie zeitlich vor ihnen liegende Zahlungen.

Auch für die Barwertgleichung gilt analog zum letzten Abschnitt, dass die Dimensionsanalyse anzeigt, dass die Zahlungen unterschiedlicher Zeitpunkte nicht einfach addiert werden können, da sie dimensionsverschieden sind. Es bedarf theoretischer Überlegungen, wie die unterschiedlichen Dimensionen gleichnamig gemacht werden können. Bei der Ermittlung des Barwertes wird jede Zahlung durch ihre Abzinsung auf den Zeitpunkt t_0 gewichtet. Durch die Einführung einer Hilfsvariable kann das Ergebnis für die Dimensionsanalyse verwendet werden:

$$B_0[GE_0] = z_1[GE_1] \cdot (1+i)^{-1}[1] \cdot 1\left[\frac{1}{q^1}\right] \text{ bzw.} \tag{15}$$

$$B_0[GE_0] = z_1[GE_1] \cdot (1+i)^{-1}[1] \cdot 1\left[\frac{GE_0}{GE_1}\right] \tag{16}$$

B_0 Barwert
z_1 Zahlungssaldo zum Zeitpunkt t_1
i Zinssatz
q Zinsfaktor (1 + i)

Es muss durch die Theorie geklärt werden, ob die Abzinsung von Geldeinheiten eines Zeitpunktes ausreicht, um die beiden Dimensionen $[GE_0]$ und $[GE_1]$ gleich zu machen und damit addieren zu können. Der Nutzen der Dimensionsanalyse besteht auch in diesem Beispiel darin, zu erkennen, dass die unterschiedlichen Dimensionen der Gleichung nur mithilfe theoretischer Modelle und Konstruktionen in Übereinstimmung zu bringen sind.

5. Fazit

Mit der Dimensionsanalyse sollen ökonomische Gleichungen analysiert und überprüft werden. Ökonomische Größen des Rechnungswesens weisen eine bestimmte Dimension auf - in der Regel eine monetäre Dimension gemessen in Währungseinheiten. Bei ihrer mathematischen Verknüpfung ist zu beachten, dass die Dimensionen der Größen in der Gleichung konsistent verwendet werden, da sich dimensionsverschiedene Größen nicht einfach addieren oder subtrahieren lassen. Am Beispiel der Abschreibungen wurde gezeigt, dass mit einer zusätzlichen Variable aber Abhilfe geschaffen werden kann.

Eine solche „Hilfsvariable“ ist jedoch nur gerechtfertigt, wenn es ökonomische Modelle bzw. Theorien gibt, die ein solches Vorgehen rechtfertigen. Denn letztlich muss mithilfe einer Theorie entschieden werden, ob eine ökonomische Gleichung akzeptabel ist oder nicht. Die Dimensionsanalyse sollte daher bei der Formulierung von ökonomischen Gleichungen einer Theorie eingesetzt werden, um eventuelle dimensionale Inkonsistenzen frühzeitig zu erkennen.

Für unperiodisierte Stromgrößen wird im zweiten Abschnitt vorgeschlagen, die Dimension Geld zu verwenden, also die gleiche Dimension wie für Bestandsgrößen. Dieser Vorschlag ist mit einer Reihe von Vorteilen versehen, die im Arbeitspapier diskutiert werden. Hervorzuheben ist z. B., dass mithilfe dieses Vorschlags der Zinssatz problemlos als dimensionslose Größe hergeleitet werden kann. Ähnliches gilt für eine Reihe von

Kennzahlen, bei denen im Zähler und Nenner eine monetäre Größe steht: Auch für sie sind keine Hilfsvariablen notwendig, um zu zeigen, dass sie dimensionslos sind.

Literatur

Bhargava, Hemant K. (1993): Dimensional analysis in mathematical modeling systems: a simple numerical method, in: Journal on Computing, Vol. 5, Heft 1, Winter, S. 33-39.

Brühl, Rolf (2004): Controlling. Grundlagen des Erfolgscontrollings, R. Oldenbourg: München, Wien.

Chmielewicz, Klaus (1973): Betriebliches Rechnungswesen 1: Finanzrechnung und Bilanz, Rowohlt: Reinbek bei Hamburg.

Coenenberg, Adolf G. (2003): Jahresabschluss und Jahresabschlussanalyse, unter Mitarbeit von M. Alvarez u.a., 19. Aufl., Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

Cohen, Ruben D. (1998): An analysis of dynamic behaviour of earnings distributions, in: Applied Economics, Vol. 30, Nr. 1, S. 1-17.

Däumler, Klaus-Dieter / Grabe, Jürgen (1996): Kostenrechnung 1: Grundlagen, Neue Wirtschafts-Briefe: Herne, Berlin.

Jong, Frits J. de (1967): Dimensional Analysis for Economists, North-Holland Publishing Company: Amsterdam.

Hieke, Hans (1998): Teilkosten- und Deckungsbeitragsrechnung, Neue Wirtschafts-Briefe: Herne, Berlin.

Johnson, Craig G. (1972): Dimensional analysis and the interpretation of regression coefficients, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 7, Nr. 1, S. 1399-1406.

Jong, Frits J. De (1967): Dimensional Analysis for Economists, North-Holland Publishing Company: Amsterdam.

Kalmbach, Peter (2001): Dimensionen in der wirtschaftswissenschaftlichen Analyse, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium, 30. Jg., S. 289-292.

Kern, Werner (1993): Zeitaspekte in der Betriebswirtschaftslehre, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, Teilband 3, hrsg. v. W. Waldemar / W. Kern / Köhler; et al., 5. Aufl., Schäffer-Poeschel: Stuttgart, Sp. 4773-4785.

Kilger, Wolfgang (1987): Einführung in die Kostenrechnung, 3. Aufl., Gabler: Wiesbaden.

Kilger, Wolfgang (1993): Flexible Plankostenrechnung und Deckungsbeitragsrechnung, 10. Aufl., Gabler: Wiesbaden.

Kloidt, Heinrich (1964): Grundsätzliches zum Messen und Bewerten in der Betriebswirtschaft, in: Organisation und Rechnungswesen, hrsg. v. E. Grochla, Duncker und Humblot: Berlin, S. 283-303.

Landolt, Max (1943): Größe, Maßzahl und Einheit, Rascher Verlag: Zürich.

Okishio, Nobuo (1993): Dimensional Analysis in Economics, in: Essays on political economy: collected papers / Nobuo Okishio, hrsg. v. P. Flaschel/M. Krüger, Peter Lang: Frankfurt am Main, S. 11-24.

Rieger, Wilhelm (1928): Einführung in die Privatwirtschaftslehre, Krisch: Nürnberg.

Schneider, Erich (1968): Wirtschaftlichkeitsrechnung, 7. Aufl., J.C.B. Mohr (Paul Siebeck), Polygraphischer Verlag: Tübingen, Zürich.

Schweitzer, Marcell (1981): Axiomatik des Rechnungswesens, in: Handwörterbuch des Rechnungswesens, hrsg. v. E. Kosiol/K. Chmielewicz/M. Schweitzer, 2. Aufl., Poeschel: Stuttgart, Sp. 100-110.

Stobbe, Alfred (1976): Volkswirtschaftslehre I: Volkswirtschaftliches Rechnungswesen, 4. Aufl., Springer: Berlin, Heidelberg, New York.

Szyperski, Norbert (1962): Zur Problematik der quantitativen Terminologie in der Betriebswirtschaftslehre, Duncker und Humblot: Berlin.

Tietze, Jürgen (1996): Einführung in die angewandte Wirtschaftsmathematik, Vieweg: Braunschweig, Wiesbaden.

Wallot, Julius (1953): Grössengleichungen, Einheiten und Dimensionen, Johann Ambrosius Barth: Leipzig.

Weber, Helmut Kurt (1981): Ausgaben und Einnahmen, in: Handwörterbuch des Rechnungswesens, hrsg. v. E. Kosiol/K. Chmielewicz/M. Schweitzer, 2. Aufl., Poeschel: Stuttgart, Sp. 93-100.

Zwicker, Eckart (1989): Zeitbezug in der Planung, in: Handwörterbuch der Planung, hrsg. v. N. Szyperski unter Mitarbeit von U. Winand, Schäffer-Poeschel: Stuttgart, Sp. 2243-2249.

Working Paper Series
ESCP-EAP Europäische Wirtschaftshochschule Berlin
ISSN 1619-7658

Bisher sind folgende Beiträge erschienen:

Nr. 1 Jacob, Frank (2002): Kundenintegrations-Kompetenz: Konzeptionalisierung, Operationalisierung und Erfolgswirkung.

Nr. 2 Schmid, Stefan (2003): Blueprints from the U.S.? Zur Amerikanisierung der Betriebswirtschafts- und Managementlehre.

Nr. 3 Festing, Marion/Hansmeyer, Marie Christine (2003): Frauen in Führungspositionen in Banken - Ausgewählte Ergebnisse einer empirischen Untersuchung in Deutschland.

Nr. 4 Pape, Ulrich/Merk, Andreas (2003): Zur Angemessenheit von Optionspreisen - Ergebnisse einer empirischen Überprüfung des Black/Scholes-Modells.

Nr. 5 Brühl, Rolf (2003): Anmerkungen zur Dimensionsanalyse im betrieblichen Rechnungswesen.